Travaux Dirigés n°2

Chapitre 2 : Représentation de l'information

Conventions : 1 Kio $= 2^{10}$ octets, 1 Mio $= 2^{20}$ octets, 1 Gio $= 2^{30}$ octets ; 1 Ko $= 10^3$ octets et 1 Mo $= 10^6$ octets. Sauf indication contraire, les entiers signés sont représentés sur 8 bits. Un indice précise la base utilisée : $(\cdots)_2$, $(\cdots)_8$, $(\cdots)_{10}$ ou $(\cdots)_{16}$.

Exercice 1 : Bits, octets et unités

1. Combien de bits contiennent 3 octets ? 2 Kio ?
2. Combien de valeurs différentes peut-on représenter avec 10 bits ?
3. Combien de bits faut-il au minimum pour coder 100 valeurs différentes ?
4. Un fichier contient 12 000 000 bits. Donner sa taille en octets puis en Mo.
5. Exprimer 1 Gio en octets.

Exercice 2 : Conversions entre les bases

Compléter le tableau suivant en détaillant les étapes de conversion : divisions successives, regroupement de bits ou décomposition en puissances de la base.

Décimal	Binaire	Octal	Hexadécimal
156			
217			
	`10110111`		
			`3A7`
		`745`	

Exercice 3 : Opérations arithmétiques en binaire

Effectuer les opérations suivantes en binaire, puis vérifier les résultats en décimal.

1. $(10110)_2 + (01101)_2$
2. $(11011)_2 - (01101)_2$
3. $(1101)_2 \times (101)_2$
4. $(1100111)_2 \div (1001)_2$: donner le quotient et le reste.

Exercice 4 : Représentation des entiers signés

1. Représenter $+37$, -37 et -100 sur 8 bits selon les trois méthodes suivantes :
   - signe et valeur absolue ;
   - complément à 1 ;
   - complément à 2.

2. Donner la valeur décimale des nombres suivants, codés en complément à 2 sur 8 bits : `11001001`, `10000000` et `01111111`.

3. Donner l'intervalle des entiers représentables en complément à 2 sur 6 bits, puis sur 12 bits. Combien de bits faut-il au minimum pour représenter tous les entiers de -300 à 300 ?

4. Calculer $45 - 70$ sur 8 bits en complément à 2, en effectuant l'addition de 45 et de -70. Donner la valeur décimale du résultat.

5. Calculer $100 + 60$ sur 8 bits en complément à 2. Interpréter le résultat obtenu et préciser s'il y a un dépassement de capacité (*overflow*).

Exercice 5 : Représentation des caractères

1. Donner le code ASCII, en décimal, hexadécimal et binaire sur 8 bits, des caractères `C`, `z`, `7` et de l'espace. On rappelle : `A` $= 65$, `a` $= 97$ et `0` $= 48$.

2. Décoder la suite d'octets ASCII suivante, donnée en hexadécimal : `48 45 4C 4C 4F`.

3. Combien de caractères distincts l'ASCII classique sur 7 bits permet-il de coder ? Quelle est la différence entre le code d'une lettre minuscule et celui de sa majuscule correspondante ?

4. En UTF-8, les caractères sont codés sur 1 à 4 octets. Calculer la taille en octets des chaînes suivantes : `Bonjour`, `Été`, un mot arabe de 5 lettres et `5€`.

   Précision : pour le mot arabe, supposer que chacune des cinq lettres est représentée sur 2 octets en UTF-8.

Exercice 6 : Nombres réels : virgule fixe et virgule flottante

1. Convertir en décimal les nombres binaires suivants :

$$(110{,}101)_2 \qquad \text{et} \qquad (1001{,}011)_2.$$

2. Convertir en binaire :
   - $(10{,}375)_{10}$, en donnant une représentation exacte ;
   - $(0{,}3)_{10}$, en donnant les 8 premiers bits de la partie fractionnaire, la valeur approchée obtenue et l'erreur absolue.

3. On utilise une représentation en virgule fixe sur 8 bits, avec 4 bits pour la partie entière et 4 bits pour la partie fractionnaire.
   a) Donner la plus petite valeur positive non nulle, la plus grande valeur représentable et le pas de quantification.
   b) Coder 5,3 dans ce format et calculer l'erreur absolue de représentation.

4. En IEEE 754 simple précision, un nombre est codé sur 32 bits : 1 bit de signe, 8 bits d'exposant avec un biais de 127 et 23 bits de fraction. Représenter 5,75 puis $-13{,}25$ en binaire, puis donner leur représentation hexadécimale sur 32 bits.

5. Décoder le nombre IEEE 754 simple précision suivant : `0x41200000`.

6. Expliquer pourquoi le calcul $0{,}1 + 0{,}2$ peut donner un résultat légèrement différent de 0,3 sur un ordinateur.